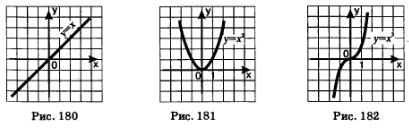
**Степенные функции, их свойства и графики**

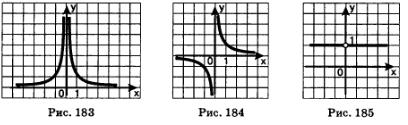
Обычно степенными функциями называют [**функции**](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A7%D1%82%D0%BE_%D0%BE%D0%B7%D0%BD%D0%B0%D1%87%D0%B0%D0%B5%D1%82_%D0%B2_%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B5%D0%BC%D0%B0%D1%82%D0%B8%D0%BA%D0%B5_%D0%B7%D0%B0%D0%BF%D0%B8%D1%81%D1%8C_%D1%83_%3D_f(x)) вида у = хr, где r-любое действительное число. В этом параграфе мы ограничимся случаями рационального показателя r.

Целый ряд таких функций мы с вами уже изучили. Так, если r— натуральное число (r = п), то получаем функцию у = хп; графики и свойства таких функций вам известны из курса алгебры 7—9-го классов. На рис. 180 изображен график функции у =х1 (прямая), на рис. 181 изображен график функции у =хг (парабола), на рис. 182 изображен [**график функции**](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%9B%D0%B8%D0%BD%D0%B5%D0%B9%D0%BD%D0%B0%D1%8F_%D1%84%D1%83%D0%BD%D0%BA%D1%86%D0%B8%D1%8F_%D0%B8_%D0%B5%D0%B5_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D0%B8%D0%BA) у =х3 (кубическая парабола). График

[](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10648.jpg)  
степенной функции у = хп в случае четного п (п =4, 6, 8, ...) похож на параболу, а график степенной функции у = х" в случае нечетного п(п= 5, 7, 9,...) похож на кубическую параболу.

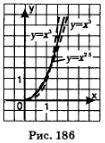
Если г = -п, то получаем функцию [Задание](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10649.jpg)  о таких функциях мы говорили в курсе алгебры 9-го класса. В случае четного п график имеет вид, изображенный на рис. 183; в случае нечетного п график имеет вид, изображенный на рис. 184.

Наконец, если г=0, т.е. речь идет о функции у=х°, то о ней и говорить неинтересно, поскольку это — функция у = 1, где [A10650.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10650.jpg); [**график**](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%9F%D1%80%D0%B8%D0%BA%D0%BB%D0%B0%D0%B4%D0%B8_%D0%B3%D1%80%D0%B0%D1%84%D1%96%D0%BA%D1%96%D0%B2_%D0%B7%D0%B0%D0%BB%D0%B5%D0%B6%D0%BD%D0%BE%D1%81%D1%82%D0%B5%D0%B9_%D0%BC%D1%96%D0%B6_%D0%B2%D0%B5%D0%BB%D0%B8%D1%87%D0%B8%D0%BD%D0%B0%D0%BC%D0%B8) этой функции изображен на рис. 185.

[](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10651.jpg)

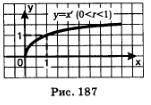
Теперь познакомимся с функциями у = хг, где г положительное или отрицательное дробное число.

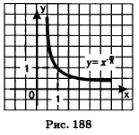
Рассмотрим в качестве примера функцию y=x2,5. Область ее определения — луч [A10652.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10652.jpg) Построим на этом луче графики функций у = х2 (ветвь параболы) и у=х3 (ветвь кубической параболы) — эти графики изображены на рис. 186. Обратите внимание: на интервале (0, 1) кубическая парабола располагается ниже, а на открытом луче [A10653.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10653.jpg) выше параболы.

[](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10654.jpg)

Примерно так же обстоит дело для любой степенной функции вида [Задание](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10657.jpg) неправильная дробь (числитель больше знаменателя). Ее графиком является кривая, похожая на ветвь параболы. Чем больше показатель г, тем «круче» устремлена эта кривая вверх.

**Свойства функции** [Функции](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10658.jpg)  
1) [Задание](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10659.jpg)  
2)    не является ни четной, ни нечетной;  
3)    возрастает на [A10660.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10660.jpg)  
4)    не ограничена сверху, ограничена снизу;  
5)    не имеет наибольшего значения; [A10661.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10661.jpg)  
6)    непрерывна;  
7) [Задание](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10662.jpg)  
8)    выпукла вниз.  
Рассмотрим степенную функцию [A10663.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10663.jpg) для случая, когда [A10664.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10664.jpg) правильная дробь [A10665.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10665.jpg)  
Все рассмотренное в § 40 в отношении функции [A10666.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10666.jpg) или, что то же самое, [A10667.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10667.jpg) (ее график изображен на рис. 169) имеет место и по отношению к любой степенной функции вида [Задание](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10668.jpg) правильная дробь (числитель меньше знаменателя). График функции у = хг изображен на рис. 187.

[](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10669.jpg)

**Свойства функции** [Задание](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10670.jpg)  
1) [A10659.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10659.jpg)  
2)    не является ни четной, ни нечетной;  
3)    возрастает на [A10660.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10660.jpg)  
4)    не ограничена сверху, ограничена снизу;  
5)    не имеет наибольшего значения; [A10661.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10661.jpg)  
6)    непрерывна;  
7) [A10662.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10662.jpg)  
8)    выпукла вверх.  
Нам осталось рассмотреть степенную функцию вида [A10671.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10671.jpg) Область ее определения — открытый луч (0, + оо). Выше мы построили график степенной функции у = х-n, где п — натуральное число. При х > 0 график функции у =х-п пoхож на ветвь гиперболы (рис. 184). Точно так же обстоит дело для любой степенной функции вида [A10672.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10672.jpg), график которой изображен на рис. 188. Отметим, что график данной функции имеет горизонтальную асимптоту у = 0 и вертикальную асимптоту х = 0.[](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10673.jpg)  
**Свойства функции** [A10674.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10674.jpg)  
1) [A10675.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10675.jpg)  
2)    не является ни четной, ни нечетной;  
3)    убывает на (0, + оо);  
4)    не ограничена сверху, ограничена снизу;  
5)    не имеет ни наибольшего, ни наименьшего значения;  
6)    непрерывна;  
7) [A10676.jpg](https://edufuture.biz/index.php?title=%D0%A4%D0%B0%D0%B9%D0%BB:A10676.jpg)  
8)    выпукла вниз.

**Задания:**

1. Изучить свойства степенных функций.
2. Построить графики функций (схематически)

у=x10 ; у=х31  ; у=х-5

у=х-8 ; у=х3/4 ; у=х7/2

у=х-0,5

Задание выполнить к 8.11.21г.