**Равносильность уравнений. Теоремы о равносильности уравнений**

Теория:

*Определение 1.*

**Два уравнения с одной переменной**f(x)=g(x)**и**p(x)=h(x)**называют равносильными, если множества их корней совпадают.**

Иными словами,

два уравнения называют *равносильными,*если они имеют одинаковые корни, или если оба уравнения не имеют корней.

*Определение 2.*

**Если каждый корень уравнения**f(x)=g(x)(1)

**является в то же время корнем уравнения**p(x)=h(x)**,**(2)

**то уравнение**(2)**называют следствием уравнения**(1)**.**

*Пример:*

*уравнение*(x−2)2=9*является следствием уравнения*x−2=3*.*

В самом деле, решив каждое уравнение, получим:

(x−2)2=9x−2=3;x−2=−3;x1=5;x2=−1;           и            x−2=3;x=5.

Корень второго уравнения является одним из корней первого уравнения, поэтому первое уравнение — следствие второго уравнения.

Очевидно следующее утверждение:

*два уравнения равносильны тогда и только тогда, когда каждое из них является следствием другого.*

Решение уравнения, как правило, осуществляется в три этапа:

**Первый этап** — *технический*.

На этом этапе осуществляют преобразования по схеме (1)→(2)→(3)→(4)→... и находят корни последнего (самого простого) уравнения указанной цепочки.

**Второй этап** — *анализ решения.*

На этом этапе анализируем, все ли проведённые преобразования были равносильными.

**Третий этап** — *проверка.*

Если, анализируя преобразования на втором этапе, делаем вывод, что получили уравнение-следствие, то обязательна проверка всех найденных корней их подстановкой в исходное уравнение.

*Обрати внимание!*

Решение уравнений, встречающихся в школьном курсе, основано на шести теоремах о равносильности.

**Теорема 1.**

Если какой-либо член уравнения перенести из одной части уравнения в другую с противоположным знаком, то получится уравнение, равносильное данному.

**Теорема 2.**

Если обе части уравнения возвести в одну и ту же нечётную степень, то получится уравнение, равносильное данному.

**Теорема 3.**

Показательное уравнение af(x)=ag(x), где a>0, a≠1, равносильно

уравнению f(x)=g(x).

*Определение 3.*

**Областью определения уравнения**f(x)=g(x)**или областью допустимых значений переменной (ОДЗ) называют множество тех значений переменной**x**, при которых одновременно имеют смысл выражения**f(x)**и**g(x)**.**

**Теорема 4.**

Если обе части уравнения f(x)=g(x) умножить на одно и то же выражение h(x), которое:

a) имеет смысл всюду в области определения (в области допустимых значений) уравнения f(x)=g(x);

б) нигде в этой области не обращается в 0

— то получится уравнение f(x)⋅h(x)=g(x)⋅h(x), равносильное данному.

**Следствие теоремы 4.**

Если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному.

**Теорема 5.**

Если обе части уравнения f(x)=g(x) неотрицательны в области определения уравнения, то после возведения обеих его частей в одну и ту же чётную степень n получится уравнение, равносильное данному: f(x)n=g(x)n.

**Теорема 6.**

Если f(x)>0 и g(x)>0, то логарифмическое уравнение logaf(x)=logag(x), где a>0, a≠1, равносильно уравнению f(x)=g(x).

**Задание: Написать конспект до 12.05.2020 г**

**Конспект выслать на эл. почту: zinevich1957@mail.ru**

**или по тел.89233340020.**