ПОНЯТИЕ ОБ ОБРАТНОЙ ФУНКЦИИ

<https://www.youtube.com/watch?v=SWv6ek1qjeY> – видеоурок

<https://sites.google.com/site/matematikadlacajnikov/cislovye-funkcii/obratnaa-funkcia> - сайт с теорией.

## Обратная функция - определение и примеры нахождения.

### Определение обратной функции.

Пусть функция  строго монотонная (возрастающая или убывающая) и непрерывная на области определения , область значений этой функции , тогда на интервале  определена непрерывная строго монотонная функция  с областью значений , которая **является обратной для**.

Другими словами, об обратной функции  для функции  на конкретном промежутке имеет смысл говорить, если на этом интервале  либо возрастает, либо убывает.

Функции *f* и *g* **называют взаимно обратными**.

Зачем вообще рассматривать понятие обратных функций?

Это вызвано задачей решения уравнений . Решения как раз и записываются через обратные функции.

### Примеры нахождения взаимнообратных функций.

Рассмотрим **несколько примеров нахождения обратных функций**.

Начнем с линейных взаимнообратных функций.

*Пример.*

Найти функцию обратную для .

*Решение.*

Областью определения и областью значений этой функции является все множество действительных чисел. Выразим *x*через *y*(другими словами, решим уравнение  относительно *x*).

 - это и есть обратная функция, правда здесь *y*– аргумент, а *x*– функция этого аргумента. Чтобы не нарушать привычки в обозначениях (это не имеет принципиального значения), переставив буквы *x*и *y*, будем писать .

Таким образом,  и  - взаимно обратные функции.

Приведем графическую иллюстрацию взаимно обратных линейных функций.


Очевидно, что графики симметричны относительно прямой *y=x* (биссектрисы первого и третьего квадрантов). Это одно из свойств взаимно обратных функций, о которых речь пойдет ниже.

Теперь рассмотрим пример нахождения логарифмической функции, обратной к заданной показательной функции.

*Пример.*

Найти функцию обратную для .

*Решение.*

Областью определения этой функции является все множество действительных чисел, областью значений является интервал . Выразим *x* через *y* (другими словами, решим уравнение  относительно *x*).

 - это и есть обратная функция. Переставив буквы *x*и *y*, имеем .

Таким образом,  и  - показательная и логарифмическая функции есть взаимно обратные функции на области определения.

График взаимно обратных показательной и логарифмической функций.


##

## Свойства взаимно обратных функций.

Перечислим **свойства взаимно обратных функций**  и .

*  и .
* Из первого свойства видно, что область определения функции  совпадает с областью значений функции  и наоборот.
* Графики взаимно обратных функций симметричны относительно прямой *y=x*.
* Если  возрастает, то и  возрастает, если  убывает, то и  убывает.