**Условная вероятность. Независимость событий.**

События являются **независимыми**, если вероятность наступления любого из них не зависит от появления остальных событий рассматриваемого множества событий.

Событие В называется**зависимым***,* если вероятность P(B) зависит от появления или непоявления события А. Вероятность события В, вычисленная в предположении того, что событие А уже произошло, называется **условной вероятностью** наступления события В и обозначается PA(B).

**Условная вероятность** – вероятность наступления одного события при условии, что другое событие уже произошло.

**События** называются **совместными**, если появление одного из них не исключает появления другого в одном и том же испытании.

Пример совместных событий: выпадение чётного числа и выпадение числа, кратного трём, при броске игрального кубика. Когда выпадает шесть, реализуются сразу оба события.

**События** называются **несовместными**, если появление одного из них исключает появление другого в одном и том же испытании.

Пример несовместных событий: выпадение чётного числа и выпадение нечётного числа при броске игрального кубика.

**Теорема о сумме двух событий:**

Вероятность суммы любых двух событий А и В равна сумме вероятностей этих событий без вероятности их совместного осуществления: Р(А+В) = Р(А)+Р(В)-Р(АВ)

Рассмотрим пример.

В лотерее выпущено 10 000 билетов, из них: 10 выигрышей по 200 рублей, 100 выигрышей по 100 рублей, 500 выигрышей по 50 рублей и 1000 выигрышей по 10 рублей. Какова вероятность того, что человек, купивший билет, выиграет не менее 50 рублей?

Решение: Введем для удобства обозначение событий А - «человек выиграл 50 рублей», В - «человек выиграл 100 рублей», С - «человек выиграл 200 рублей», D - «человек выиграл не менее 50 рублей». Событие D означает, что выигрыш может составлять 50 и более рублей, то есть 50, 100 или 200 рублей: М=А+В+С. События А, В, С – попарно несовместны.

Воспользуемся теоремой: Р(М)=Р(А)+Р(В)+Р(С)=0,061.

**Задача.**

Дана вероятность исходного события. Чему равна вероятность противоположного события?

Вероятность исходного события А обозначим Р(А). Вероятность противоположного события Р(Ᾱ).

Решение:

События А и Ᾱ образуют полную группу событий, вероятность которой равна 1.

Тогда вероятность противоположного события находится по формуле:

P(Ᾱ)=1-P(A)

1. События являются **независимыми**, если вероятность наступления **любого из них** не зависит от появления остальных событий рассматриваемого множества событий.

Например, монета брошена два раза.

A – выпала «Решка»

B – выпал «Орёл»

Вероятность появления «Орла» во втором испытании не зависит от результата первого испытания.

**Теорема умножения вероятностей независимых событий**: вероятность совместного появления независимых событий A и B равна произведению вероятностей этих событий:

Р(АВ)=Р(А)·Р(В)

Рассмотрим пример.

Задача.

Подбрасываются две монеты. Найдите вероятность выпадения двух орлов.

Решение:

Введем обозначение событий:

A1– на 1-й монете выпадет орёл;

A2– на 2-й монете выпадет орёл.

Событие “выпадение двух орлов” заключается в том, что на 1-й монете появится орёл **и** на 2-й монете появится орёл, следовательно, это [произведение событий](http://mathprofi.ru/teorija_verojatnostei.html) A1A2. Вероятность выпадения орла на одной монете **не зависит** от результата броска другой монеты, следовательно, события A1 и A2 независимы. По теореме умножения вероятностей независимых событий получим:

P(A1A2) = P(A1)· P(A2) = 1/2 · 1/2 = 1/4.

1. **Событие** B называется**зависимым**, если вероятность P(B) зависит от появления или непоявления события А. Вероятность события B, вычисленная в предположении того, что событие А уже произошло, называется **условной вероятностью** наступления события В  и обозначается PA(B).

Отыскать вероятность **совместного появления** **зависимых событий** помогает теорема**умножения вероятностей зависимых событий**: вероятность совместного появления двух зависимых событий равна произведению вероятности одного из них на условную вероятность другого, вычисленную в предположении, что первое событие уже произошло: P(AB) = P(A)·PA(B).

**Примеры**

**1.** В урне 6 черных, 5 красных и 4 белых шара. Последовательно извлекают три шара без возврата. Найдите вероятность того, что первый шар окажется черным, второй – красным и третий – белым.

Решение.

А – первый шар окажется черным

В - второй шар красный

С - третий шар белый

P(ABC)=P(A)\*PA(B)\*PAB(C)=2/5\*5/14\*4/13=4/91

Ответ: 4/91.

**2.** Колю отпускают гулять при условии сделанных уроков с вероятностью 0,8. Папа выдает ему деньги на мороженое с вероятностью 0,6. С какой вероятностью Коля пойдет гулять без мороженого?

Решение.

A – папа выдал Коле денег на мороженое

B – Колю отпустили гулять

Вероятность того, что Коля пойдёт гулять, есть в условии задачи P(B) = 0,8. Вероятность, что папа не выдаст ему деньги на мороженое, равна P(Ᾱ) = 1 – P(A) = 1 – 0,6 = 0,4. Вероятность одновременного осуществления двух независимых событий – произведение их вероятностей P(ᾹB) = P(Ᾱ)·P(B) = 0,8·0,4 = 0,32.

Ответ: 0,32.