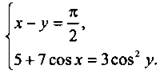
СИСТЕМЫ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

(ПОВТОРЕНИЕ)

1. Простейшие системы уравнений

К ним отнесем системы, в которых или одно из уравнений является линейным, или уравнения системы могут быть решены независимо друг от друга.

Пример 1

Решим систему уравнений 

Так как первое уравнение является линейным, то выразим из него переменную http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1713.jpg и подставим во второе уравнение: http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1714.jpg Используем формулу приведения и основное тригонометрическое тождество. Получим уравнение http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1715.jpg или http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1716.jpg Введем новую переменную t = sin у. Имеем квадратное уравнение 3t2 - 7t + 2 = 0, корни которого t1 = 1/3 и t2 = 2 (не подходит, так как sin у ≤ 1). Вернемся к старой неизвестной и получим уравнение sin y = 1/3, решение которого http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1717.jpg Теперь легко найти неизвестную: http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1718.jpg Итак, система уравнений имеет решения http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1719.jpg где n ∈ Z.

Пример 2

Решим систему уравнений http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1720.jpg

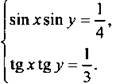
Уравнения системы независимы. Поэтому можно записать решения каждого уравнения. Получим: http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1721.jpg Почленно сложим и вычтем уравнения этой системы линейных уравнений и найдем: http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1722.jpg откуда http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1723.jpg

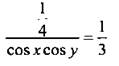
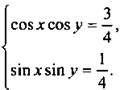
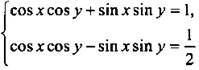
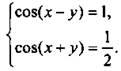
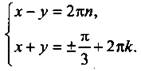
Обратим внимание на то, что в силу независимости уравнений при нахождении х - у и х + у должны быть указаны разные целые числа n и k. Если бы вместо k было также поставлено n, то решения имели бы вид: http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1724.jpg При этом было бы потеряно бесконечное множество решений и, кроме того, возникла бы связь между переменными xи у: х = 3у (чего нет на самом деле). Например, легко проверить, что данная система имеет решение х = 5π и у = п (в соответствии с полученными формулами), которое при k= n найти невозможно. Поэтому будьте внимательнее.

2. Системы вида http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1725.jpg

Такие системы приводятся к простейшим при сложении и вычитании уравнений. При этом получим системы http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1726.jpg или http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1727.jpg Отметим очевидное ограничение:    http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1728.jpg и http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1729.jpg Само же решение подобных систем сложностей не представляет.

Пример 3

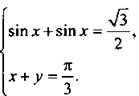
Решим систему уравнений 

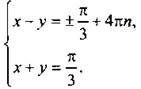
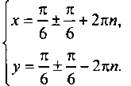
Преобразуем сначала второе уравнение системы, используя равенство http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1731.jpg Получим: http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1732.jpg Подставим в числитель этой дроби первое уравнение: и выразим http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1734.jpg Теперь имеем систему уравнений  Сложим и вычтем эти уравнения. Имеем:  или  Запишем решения этой простейшей системы:  Складывая и     вычитая эти линейные уравнения, находим: http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1739.jpg

3. Системы вида http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1740.jpg

Такие системы можно рассматривать как простейшие и решать их соответствующим образом. Однако есть и другой способ решения: преобразовать сумму тригонометрических функций в произведение и использовать оставшееся уравнение.

Пример 4

Решим систему уравнений 

Сначала преобразуем первое уравнение, используя формулу для суммы синусов углов. Получим: http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1742.jpg Используя второе уравнение, имеем: http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1743.jpg откуда http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1744.jpg Выпишем решения этого уравнения: http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1745.jpg С учетом второго уравнения данной системы получаем систему линейных уравнений  Из этой системы находим  Такие решения удобно записать в более рациональном виде. Для верхних знаков имеем: http://compendium.su/mathematics/algebra10/algebra10.files/image1748.jpg для нижних знаков - image615

СИСТЕМЫ ПОКАЗАТЕЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

(ПОВТОРЕНИЕ)

