ЗЕРКАЛЬНАЯ СИММЕТРИЯ

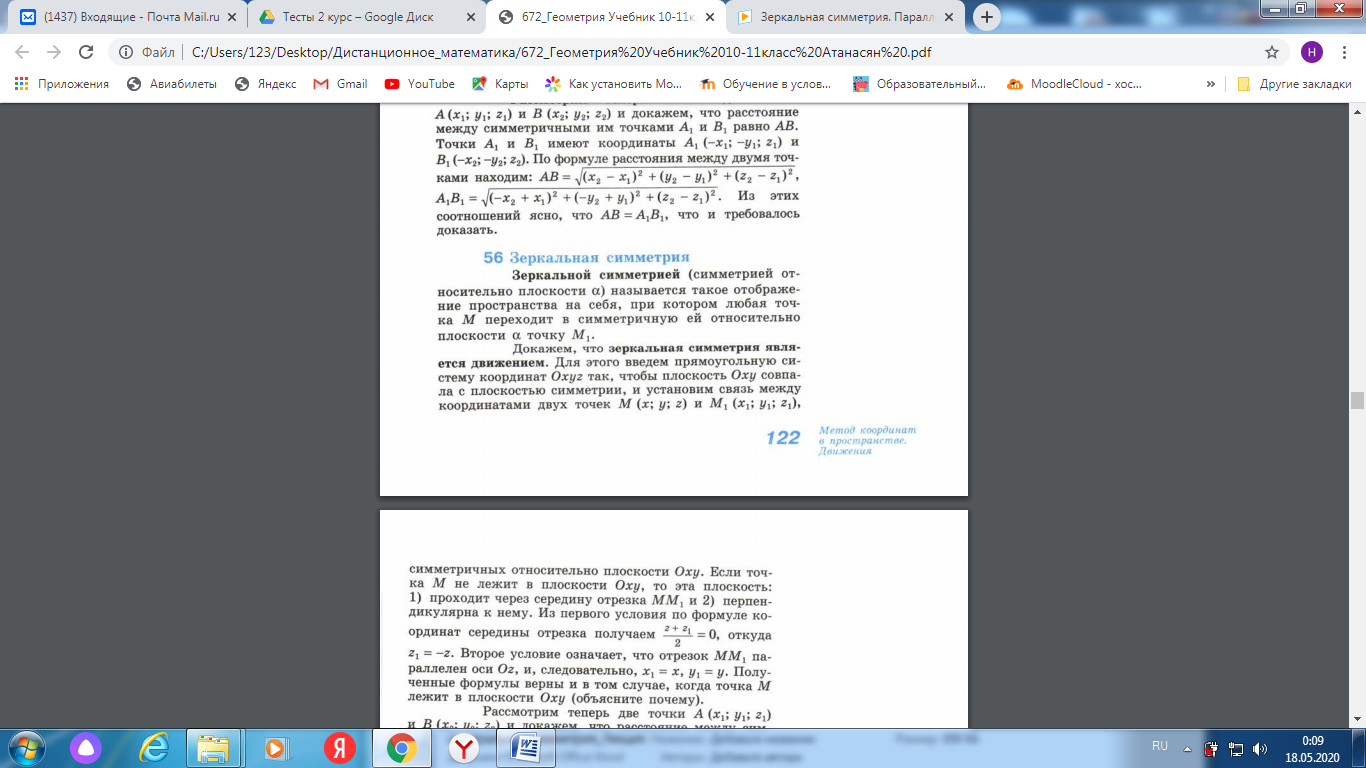
ПАРАЛЛЕЛЬНЫЙ ПЕРЕНОС

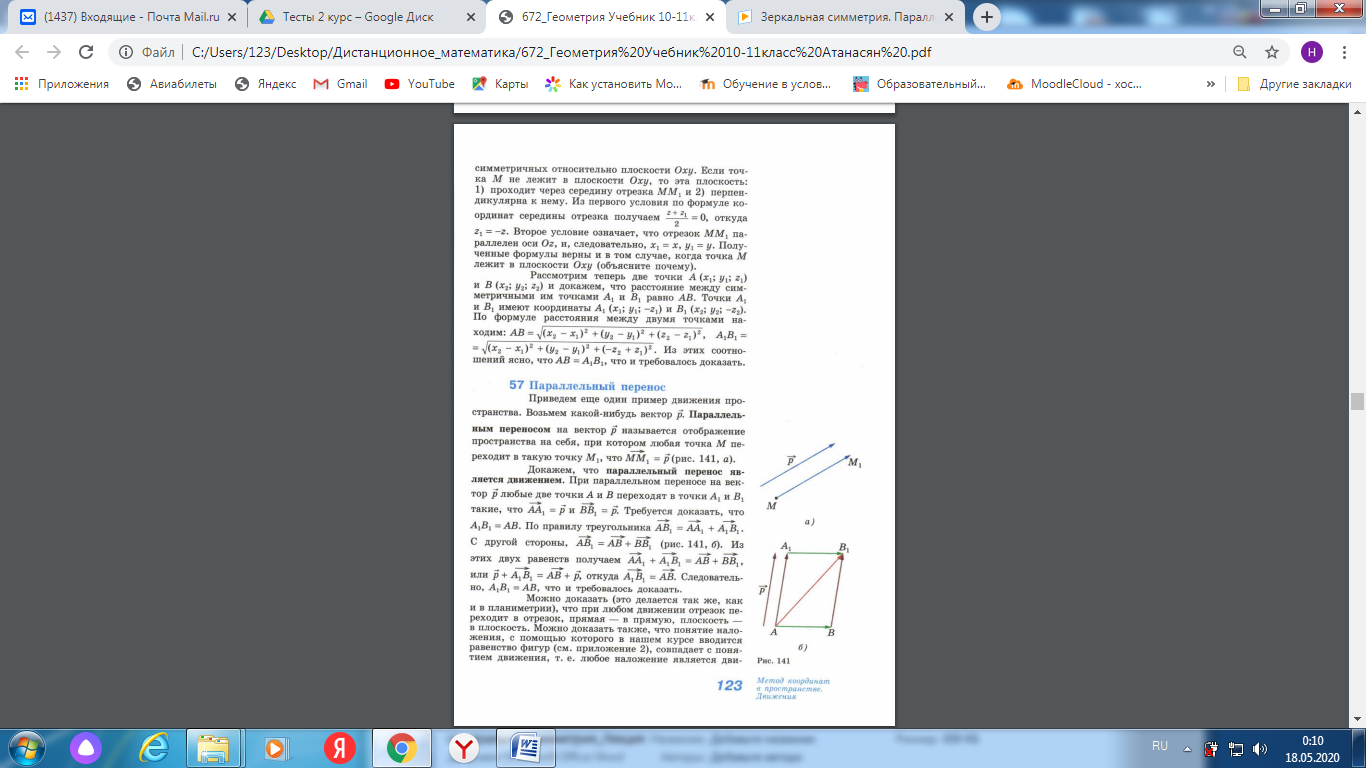
С материалом лекции можно ознакомится пройдя по следующей ссыке:

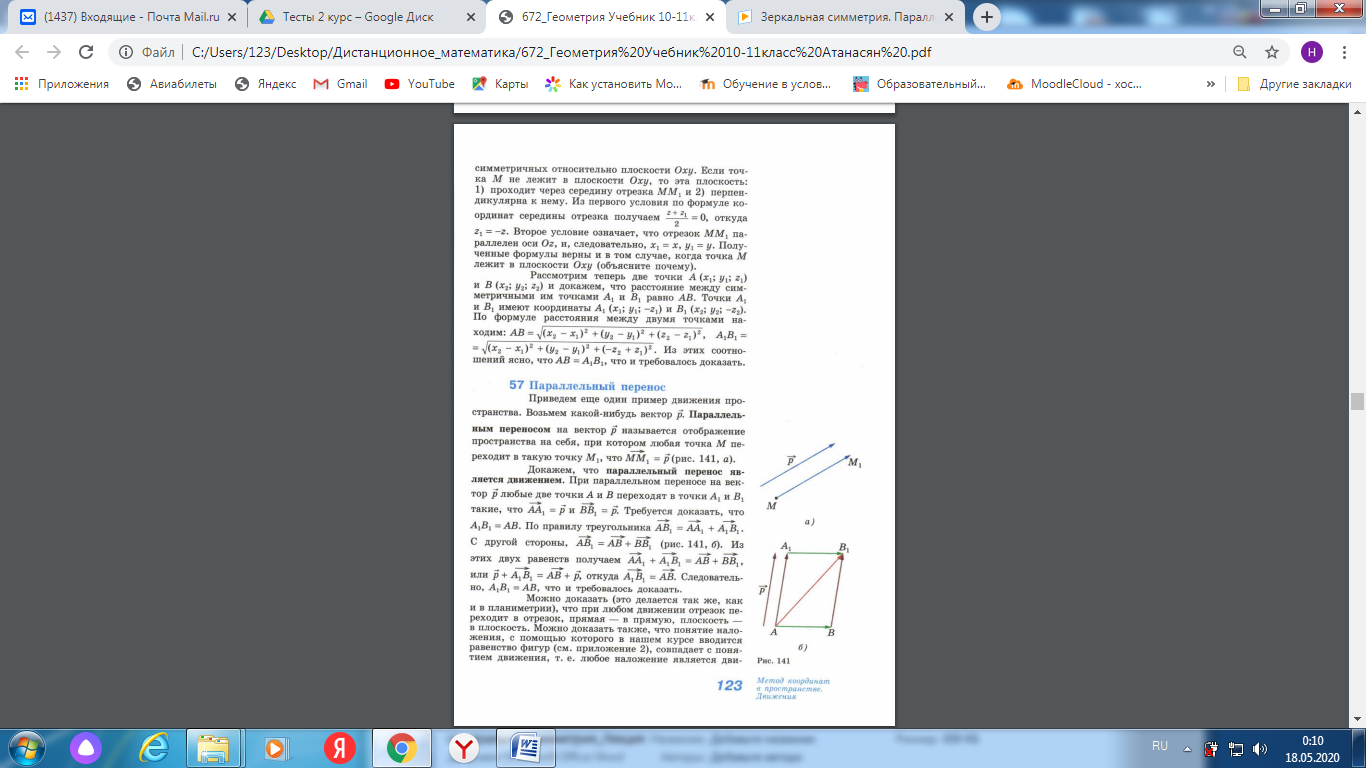
<https://interneturok.ru/lesson/geometry/11-klass/bmetod-koordinat-v-prostranstveb/zerkalnaya-simmetriya-parallelnyy-perenos>

ИЛИ

<https://www.yaklass.ru/p/geometria/9-klass/dvizhenie-10434/parallelnyi-perenos-i-povorot-9251/re-35537b4b-fe94-48de-8388-56489b9264e2>







РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ

## [Задача. Зеркальная симметрия](https://interneturok.ru/lesson/geometry/11-klass/bmetod-koordinat-v-prostranstveb/zerkalnaya-simmetriya-parallelnyy-perenos#mediaplayer)

Пусть дана точка https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321337/0f7b1670_f4c1_0134_14e4_026f34392a47.png. Какие координаты будет иметь ее образ при зеркальной симметрии относительно плоскости а) https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321321/0cd1a180_f4c1_0134_14d4_026f34392a47.png, б) https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321338/0fa6f870_f4c1_0134_14e5_026f34392a47.png, в) https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321339/0fd45030_f4c1_0134_14e6_026f34392a47.png (Рис. 8)?



Рис. 8. Иллюстрация к условию задачи

Решение

А) Когда мы отражаем относительно https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321321/0cd1a180_f4c1_0134_14d4_026f34392a47.png, то меняется знак https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321341/10204220_f4c1_0134_14e8_026f34392a47.png: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321342/104ce090_f4c1_0134_14e9_026f34392a47.png (Рис. 9).

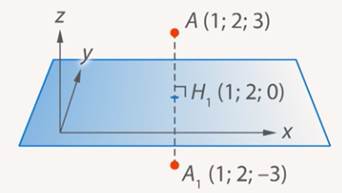


Рис. 9. Пояснение касательно отражения относительно https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321321/0cd1a180_f4c1_0134_14d4_026f34392a47.png

Аналогично остальные ответы: б) https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321344/1098a4c0_f4c1_0134_14eb_026f34392a47.png и в) https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321345/10c508a0_f4c1_0134_14ec_026f34392a47.png.

Ответ: а) https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321346/10e43cc0_f4c1_0134_14ed_026f34392a47.png; б) https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321347/111183d0_f4c1_0134_14ee_026f34392a47.png; в) https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321348/113ea8b0_f4c1_0134_14ef_026f34392a47.png.

## [Параллельный перенос](https://interneturok.ru/lesson/geometry/11-klass/bmetod-koordinat-v-prostranstveb/zerkalnaya-simmetriya-parallelnyy-perenos#mediaplayer)

Приведем еще один пример движения пространства. Возьмем какой-нибудь вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321349/115f1470_f4c1_0134_14f0_026f34392a47.png. Параллельным переносом на вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321349/115f1470_f4c1_0134_14f0_026f34392a47.png называется отображение пространства на себя, при котором любая точка https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321350/11900470_f4c1_0134_14f1_026f34392a47.png переходит в такую точку https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321351/11c0ec50_f4c1_0134_14f2_026f34392a47.png, что https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321352/11e1f940_f4c1_0134_14f3_026f34392a47.png (Рис. 10).

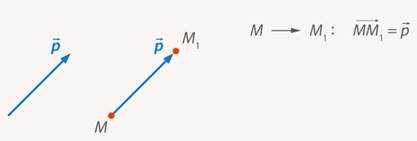


Рис. 10. Параллельный перенос

Докажем, что параллельный перенос является движением. При параллельном переносе на векторhttps://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321354/123ff4c0_f4c1_0134_14f5_026f34392a47.png любые две точки https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321355/12601b80_f4c1_0134_14f6_026f34392a47.png и https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321316/0c04f660_f4c1_0134_14cf_026f34392a47.png переходят в точки https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321356/128d7900_f4c1_0134_14f7_026f34392a47.png и https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321317/0c247860_f4c1_0134_14d0_026f34392a47.png. Требуется доказать, что https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321357/12abbf60_f4c1_0134_14f8_026f34392a47.png (Рис. 11).

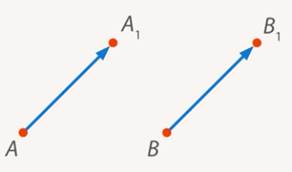


Рис. 11. Иллюстрация к условию доказательства

Рассмотрим вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321359/1306d140_f4c1_0134_14fa_026f34392a47.png. По правилу треугольника https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321360/13255930_f4c1_0134_14fb_026f34392a47.png(Рис. 12) или https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321361/1351ee10_f4c1_0134_14fc_026f34392a47.png (Рис. 13).

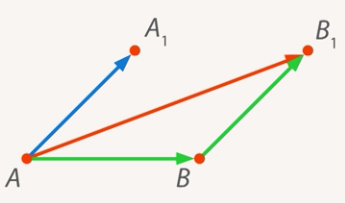


Рис. 12. https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321363/13a415e0_f4c1_0134_14fe_026f34392a47.png

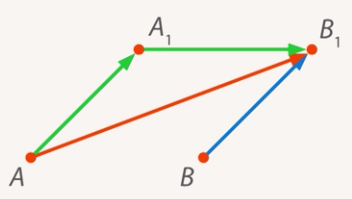


Рис. 13. https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321361/1351ee10_f4c1_0134_14fc_026f34392a47.png

Так как https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321365/14025120_f4c1_0134_1500_026f34392a47.png, значит, https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321357/12abbf60_f4c1_0134_14f8_026f34392a47.png.

Мы доказали, что при параллельном переносе расстояние между точками сохраняется, значит, параллельный перенос является движением.

## [Задачи. Параллельный перенос](https://interneturok.ru/lesson/geometry/11-klass/bmetod-koordinat-v-prostranstveb/zerkalnaya-simmetriya-parallelnyy-perenos#mediaplayer)

Пример 1. В кубе https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321366/14218900_f4c1_0134_1501_026f34392a47.png найти угол между прямыми https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321367/14513520_f4c1_0134_1502_026f34392a47.png и https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321368/147e3ce0_f4c1_0134_1503_026f34392a47.png (Рис. 14).

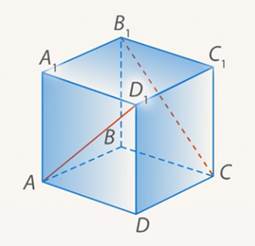


Рис. 14. Иллюстрация к примеру 1

Решение

Перенесем прямую https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321368/147e3ce0_f4c1_0134_1503_026f34392a47.png параллельно на вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321370/14cb77a0_f4c1_0134_1505_026f34392a47.png (Рис. 15).

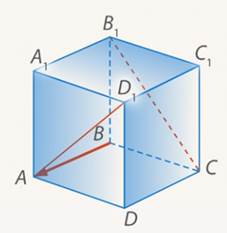


Рис. 15. Перенос на вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321370/14cb77a0_f4c1_0134_1505_026f34392a47.png

Тогда прямая перейдет в прямую, параллельную ей, – прямую https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321372/151b2040_f4c1_0134_1507_026f34392a47.png (Рис. 16). Ну а угол между https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321367/14513520_f4c1_0134_1502_026f34392a47.png и https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321372/151b2040_f4c1_0134_1507_026f34392a47.png – прямой, так как это диагонали квадрата.

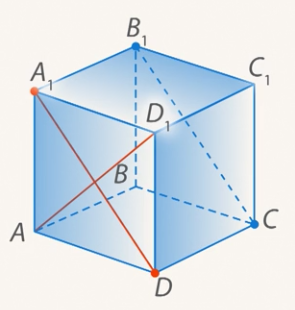


Рис. 16. https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321374/157b3440_f4c1_0134_1509_026f34392a47.png

Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321375/159992d0_f4c1_0134_150a_026f34392a47.png.

Пример 2. Точка https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321376/15c7bfa0_f4c1_0134_150b_026f34392a47.png была параллельно перенесена на вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321377/15f54d70_f4c1_0134_150c_026f34392a47.png. Какие координаты будут у ее образа?

Решение

Мы знаем, что образом точки https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321355/12601b80_f4c1_0134_14f6_026f34392a47.png будет такая точка, что https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321378/161801c0_f4c1_0134_150d_026f34392a47.png, то есть https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321379/1647af20_f4c1_0134_150e_026f34392a47.png.

Тогда мы добавляем к координатам точки координаты данного вектора. Получается https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321380/166958b0_f4c1_0134_150f_026f34392a47.png.

Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321380/166958b0_f4c1_0134_150f_026f34392a47.png.

Пример 3. В кубе https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321366/14218900_f4c1_0134_1501_026f34392a47.png найти угол между прямыми https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321367/14513520_f4c1_0134_1502_026f34392a47.png и https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321381/169773e0_f4c1_0134_1510_026f34392a47.png (Рис. 17).

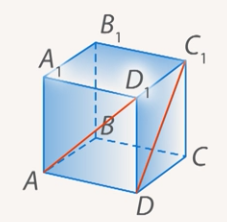


Рис. 17. Иллюстрация к примеру 3

Решение

Эту задачу можно решить и в координатах, но мы решим следующим образом. Перенесем наш куб параллельно наверх на вектор https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321383/16ea83e0_f4c1_0134_1512_026f34392a47.png, поставив, так сказать, новый куб на старый (Рис. 18).

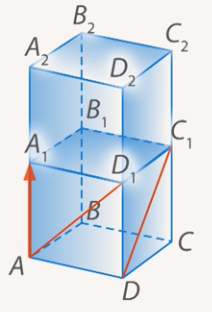


Рис. 18. Параллельный перенос куба

Тогда отрезок https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321381/169773e0_f4c1_0134_1510_026f34392a47.png перейдет в отрезок https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321385/174b5bd0_f4c1_0134_1514_026f34392a47.png. Значит, искомый угол – это угол https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321386/176b8510_f4c1_0134_1515_026f34392a47.png (Рис. 19).

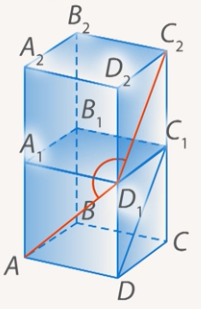


Рис. 19. Искомый угол

Этот угол легко ищется из треугольника https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321386/176b8510_f4c1_0134_1515_026f34392a47.png по теореме косинусов (как мы уже делали, сторону возьмем за https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321388/17c7f6f0_f4c1_0134_1517_026f34392a47.png): https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321389/17e7a970_f4c1_0134_1518_026f34392a47.png (из прямоугольного треугольника https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321390/1814a500_f4c1_0134_1519_026f34392a47.png).

https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321391/184223a0_f4c1_0134_151a_026f34392a47.png

Осталось вспомнить, что угол между прямыми должен быть острым, то есть он равен https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321392/1861a510_f4c1_0134_151b_026f34392a47.png.

Ответ: https://static-interneturok.cdnvideo.ru/content/konspekt_image/321393/188f1320_f4c1_0134_151c_026f34392a47.png.