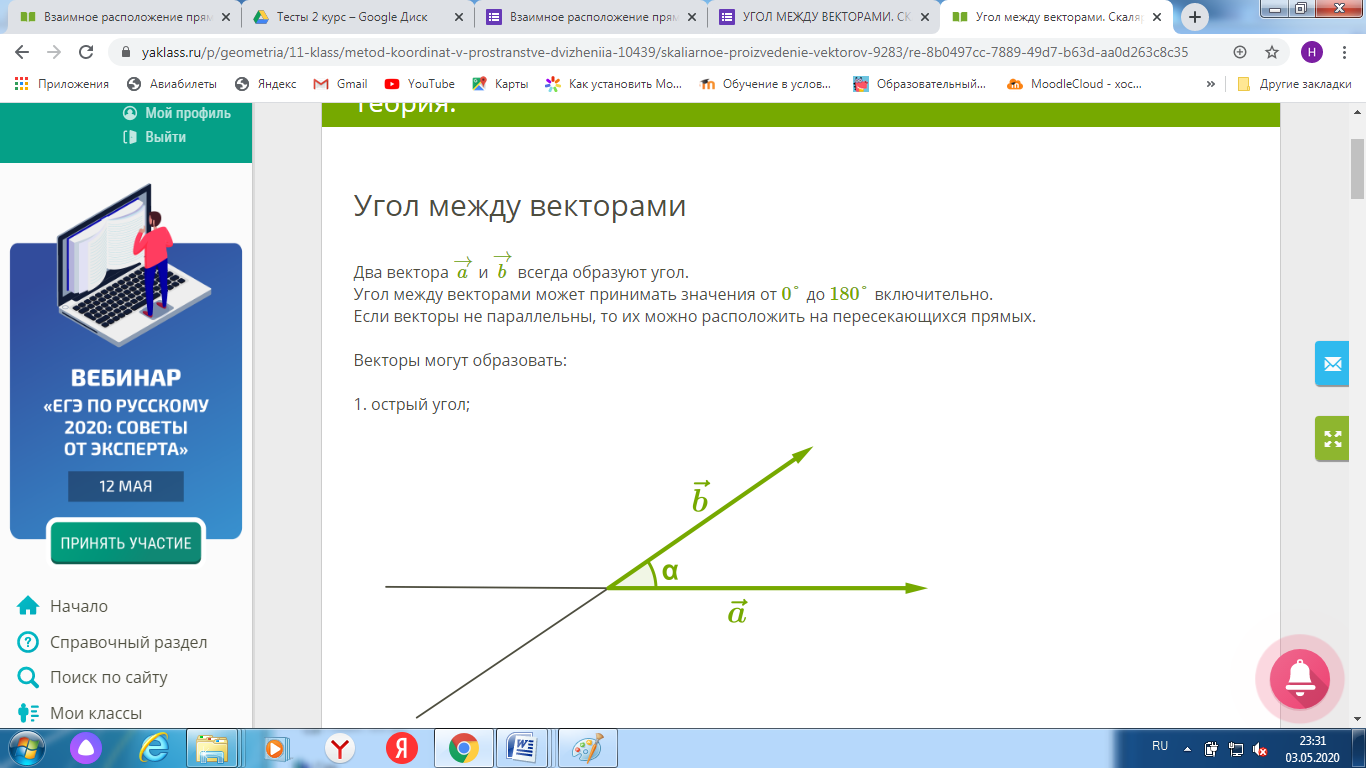
УГОЛ МЕЖДУ ВЕКТОРАМИ.

СКАЛЯРНОЕ ПРОИЗВЕДЕНИЕ ВЕКТОРОВ

**Угол между векторами**

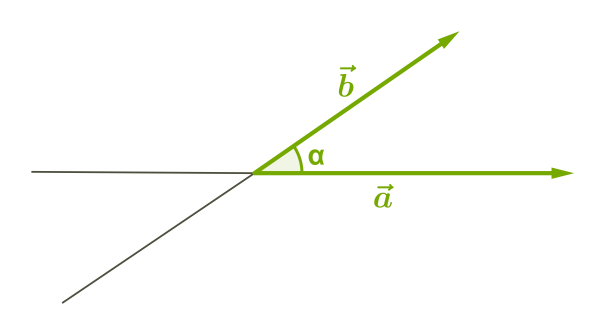


Угол между векторами может принимать значения от 0° до 180° включительно.

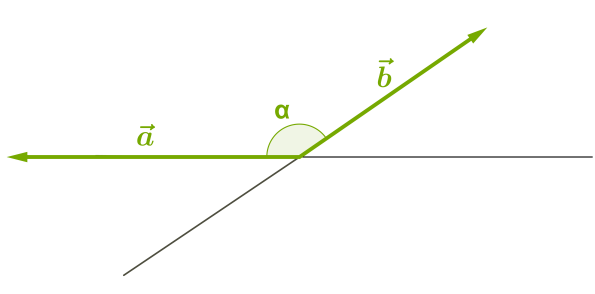
Если векторы не параллельны, то их можно расположить на пересекающихся прямых.

Векторы могут образовать:

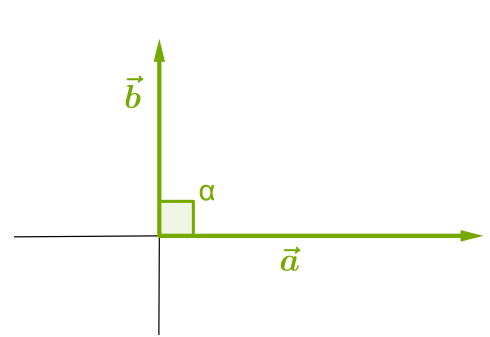
1. острый угол;



2. тупой угол;

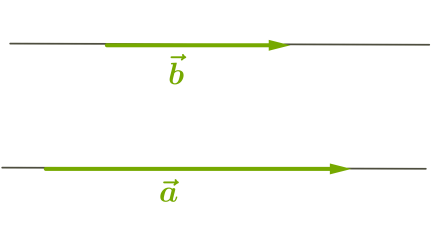


3. прямой угол (векторы перпендикулярны).

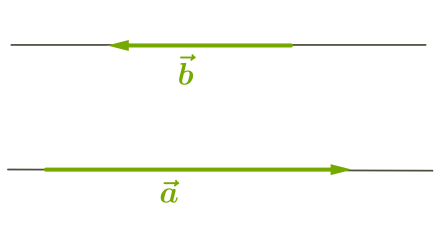


Если векторы расположены на параллельных прямых, то они могут образовать:

4. угол величиной 0° (векторы сонаправлены);



5. угол величиной 180° (векторы противоположно направлены).

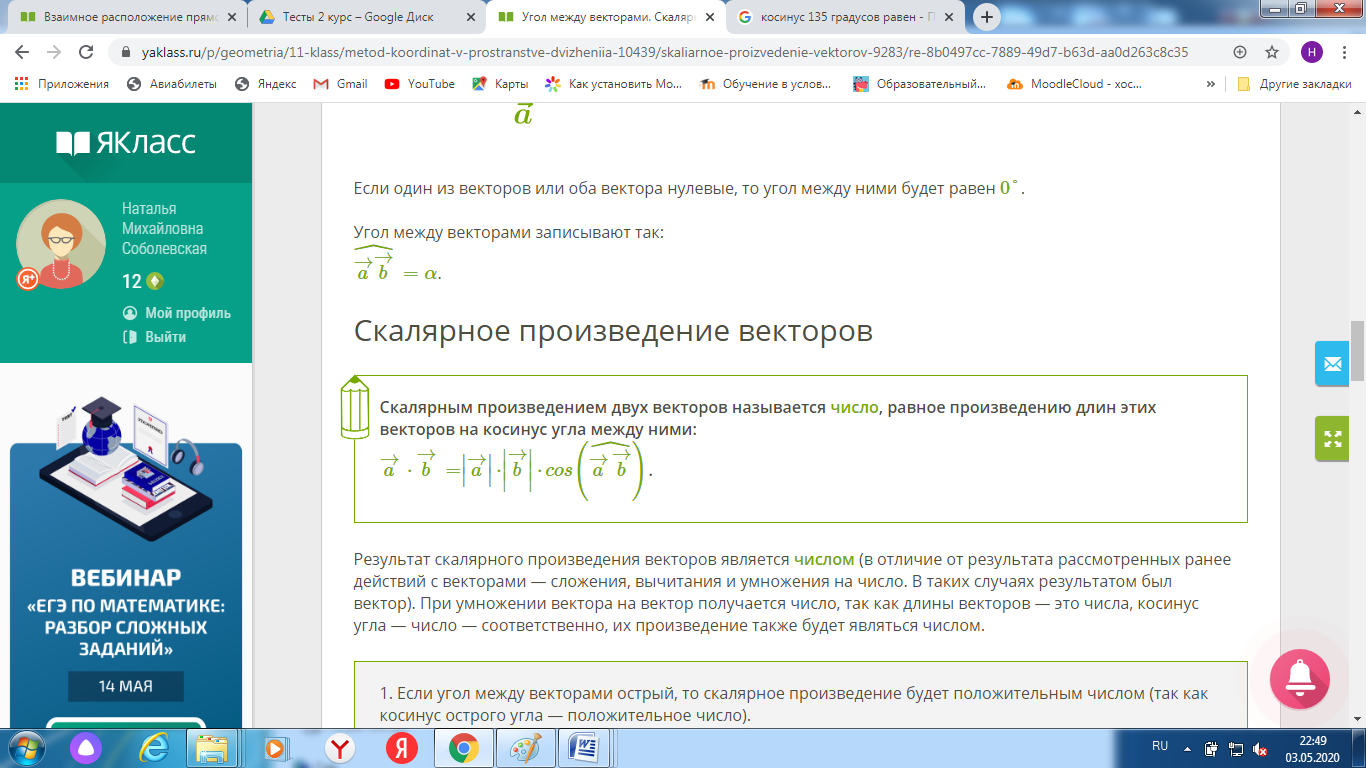


Если один из векторов или оба вектора нулевые, то угол между ними будет равен 0°.

Угол между векторами записывают так:

a→b→ˆ=α.

**Скалярное произведение векторов**

****

Результат скалярного произведения векторов является **числом** (в отличие от результата рассмотренных ранее действий с векторами — сложения, вычитания и умножения на число. В таких случаях результатом был вектор). При умножении вектора на вектор получается число, так как длины векторов — это числа, косинус угла — число — соответственно, их произведение также будет являться числом.

1. Если угол между векторами острый, то скалярное произведение будет положительным числом (так как косинус острого угла — положительное число).

Если векторы сонаправлены, то угол между ними будет равен 0°, а косинус равен 1, скалярное произведение также будет положительным.

2. Если угол между векторами тупой, то скалярное произведение будет отрицательным (так как косинус тупого угла — отрицательное число).

Если векторы направлены противоположно, то угол между ними будет равен 180°. Скалярное произведение также отрицательно, так как косинус этого угла равен −1.

Справедливы и обратные утверждения:

1. Если скалярное произведение векторов — положительное число, то угол между данными векторами острый.

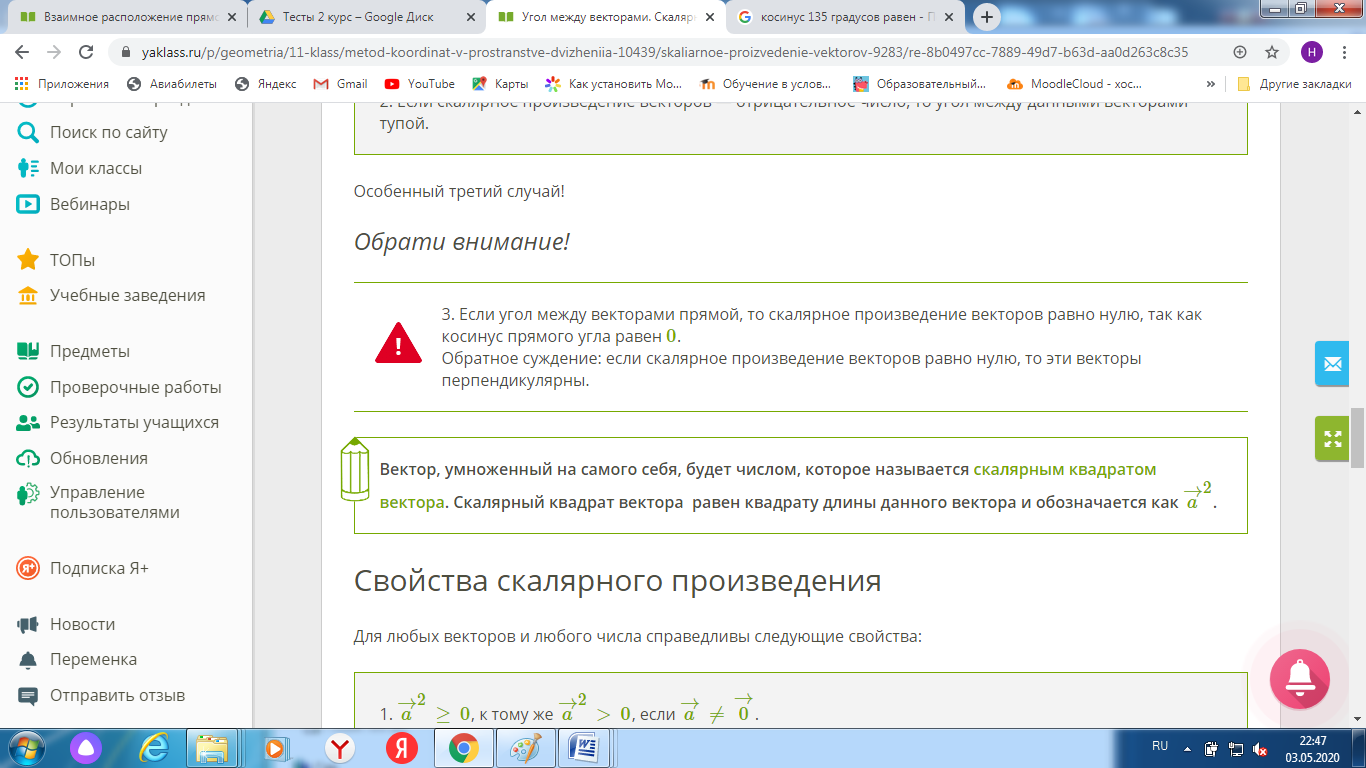
2. Если скалярное произведение векторов — отрицательное число, то угол между данными векторами тупой.

Особенный третий случай!

*Обратите внимание!*

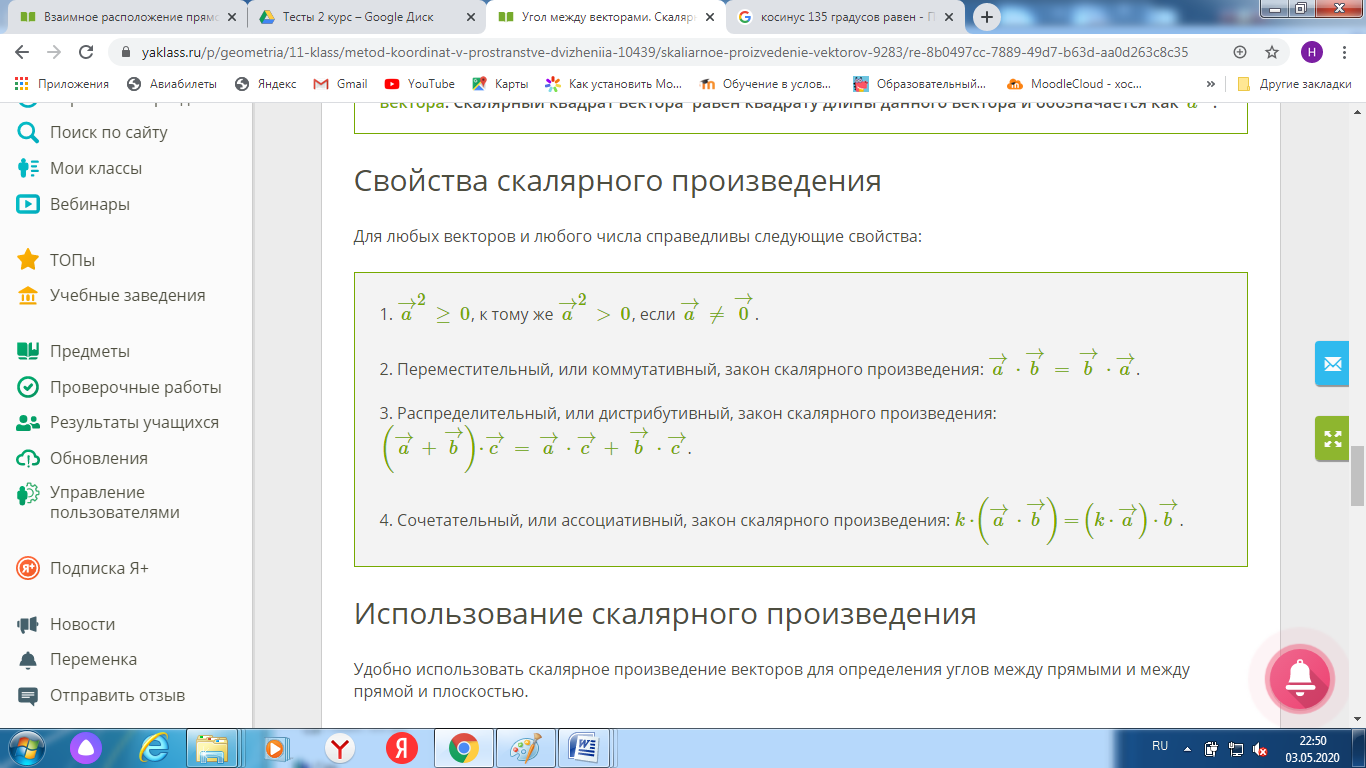
3. Если угол между векторами прямой, то скалярное произведение векторов равно нулю, так как косинус прямого угла равен 0.

Обратное суждение: если скалярное произведение векторов равно нулю, то эти векторы перпендикулярны.



Свойства скалярного произведения

Для любых векторов и любого числа справедливы следующие свойства:



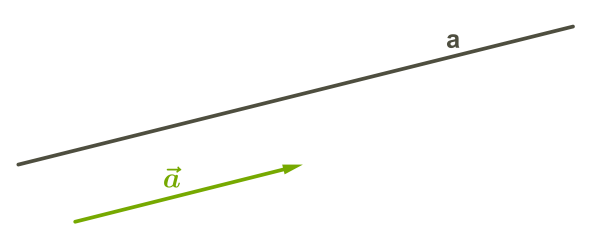
Использование скалярного произведения

Удобно использовать скалярное произведение векторов для определения углов между прямыми и между прямой и плоскостью.

**Угол между прямыми**

Ознакомимся с ещё одним определением.

**Вектор называют направляющим вектором прямой, если он находится на прямой или параллелен этой прямой.**



Чтобы определить косинус угла между прямыми, надо определить косинус угла между направляющими векторами этих прямых, то есть найти векторы, параллельные прямым, и определить косинус угла между векторами.

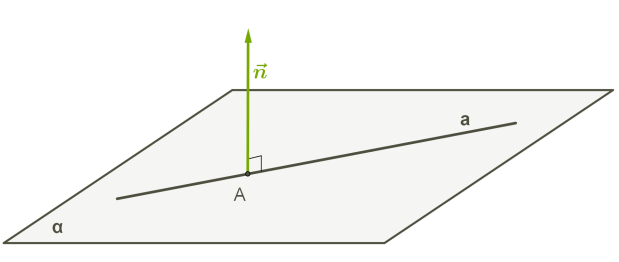
Для этого необходимо рассмотреть определение скалярного произведения, если векторы даны в координатной системе.

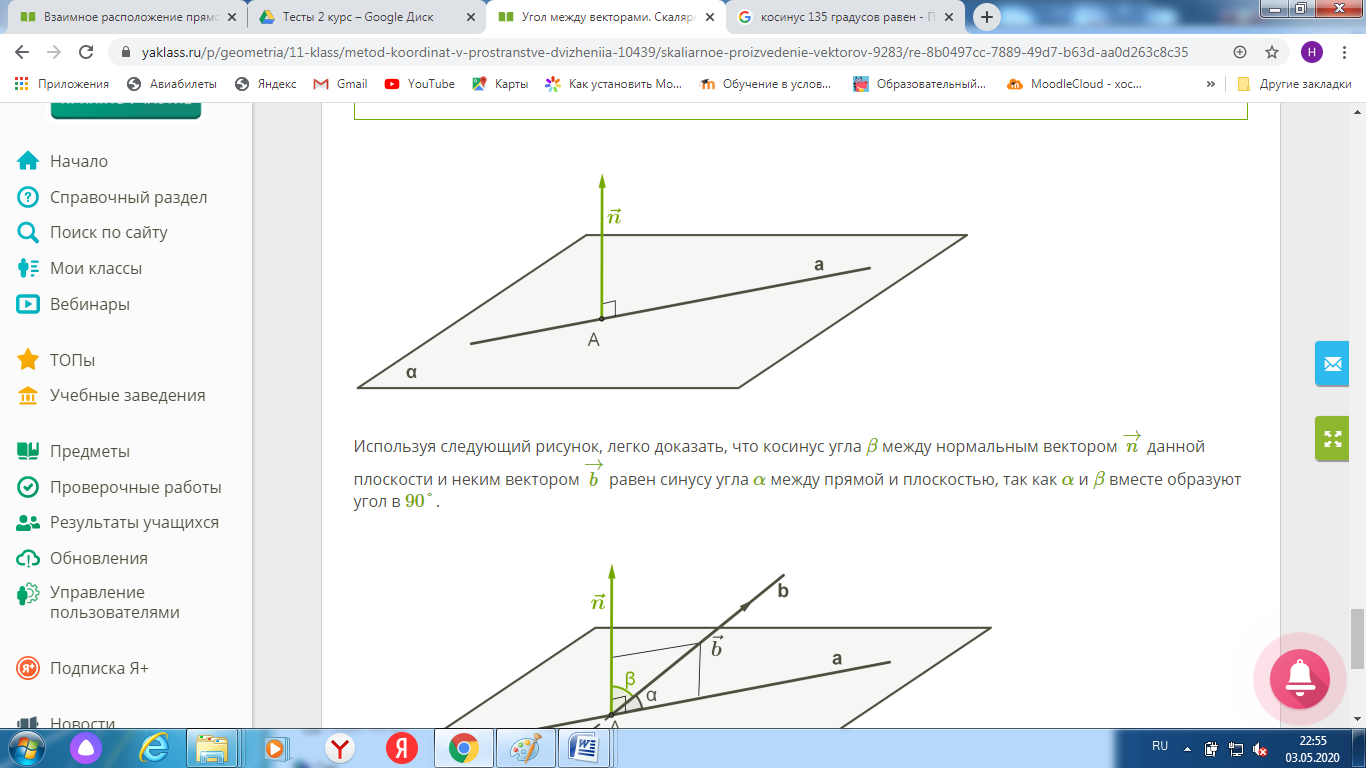
****

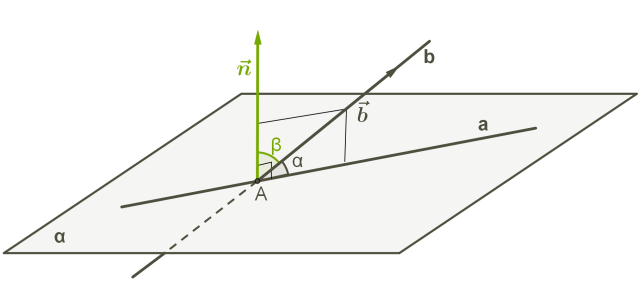
**Угол между прямой и плоскостью**

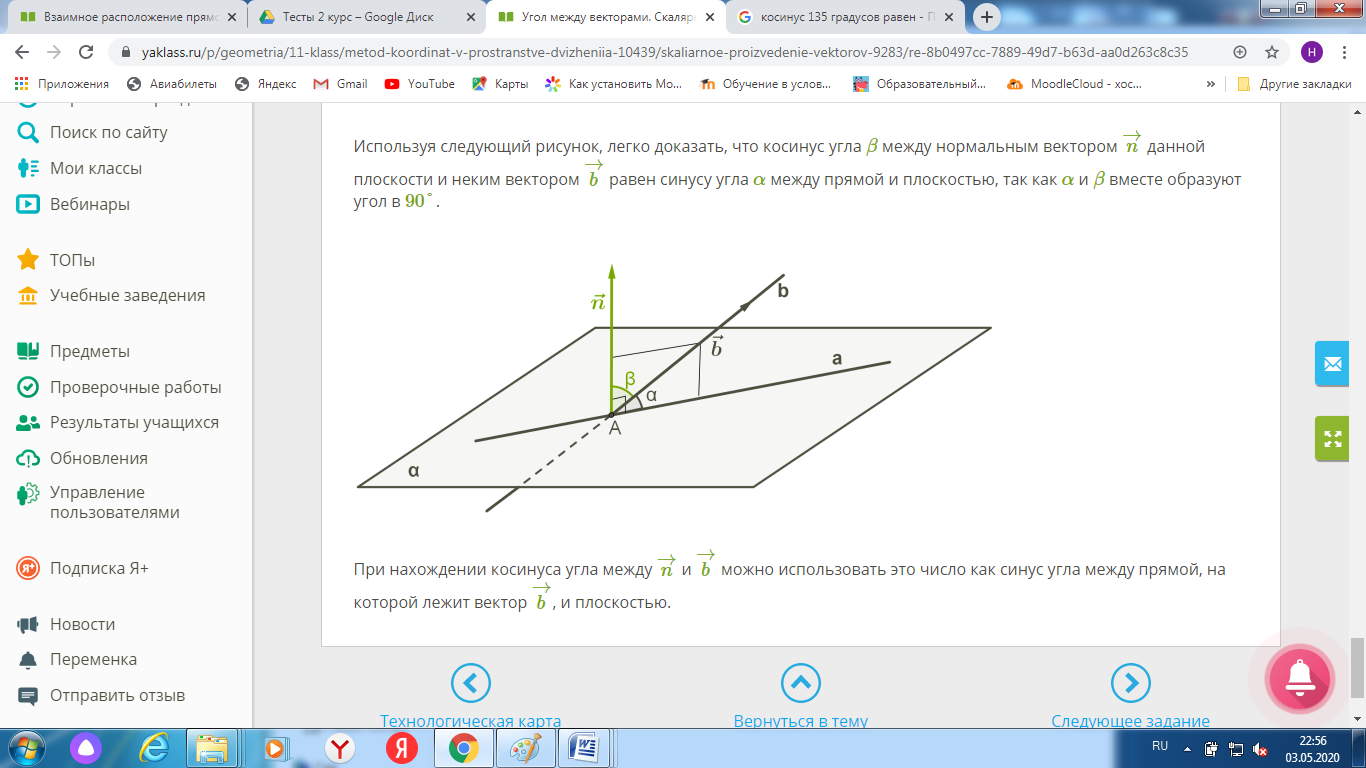
Введём понятие о нормальном векторе плоскости.

**Нормальный вектор плоскости — это любой ненулевой вектор, лежащий на прямой, перпендикулярной к данной плоскости.**







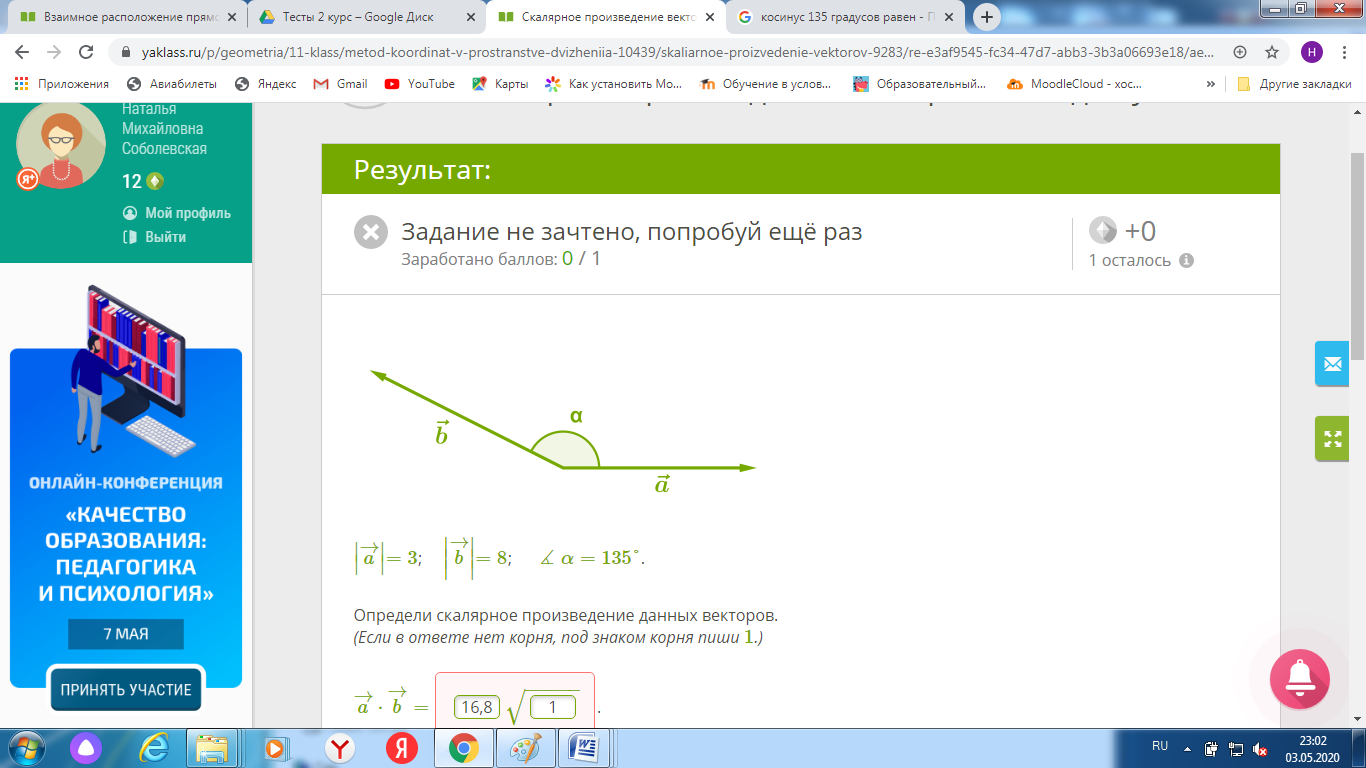


Примеры заданий

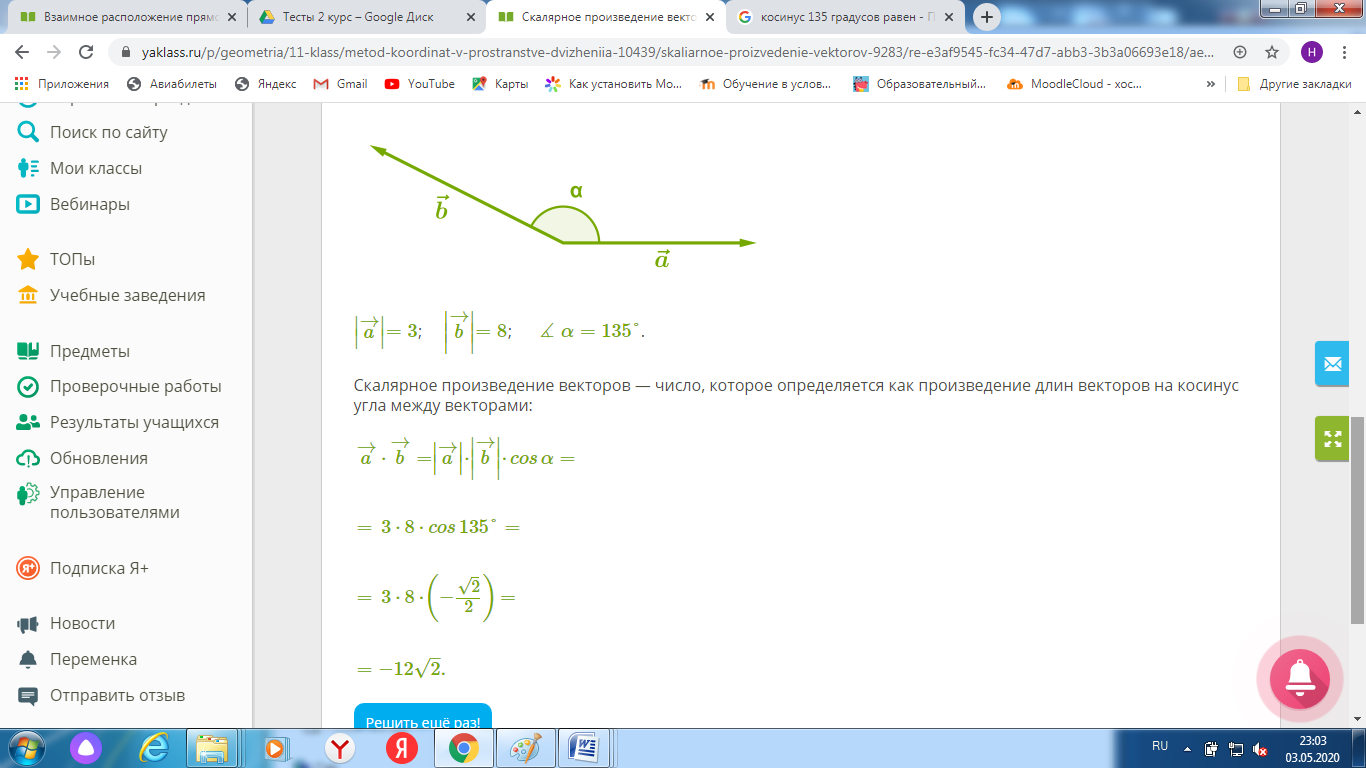
*ВНИМАНИЕ!*

*Подобные задания будут ключены в дифференцированный зачет*

1. Определите скалярное произведение данных векторов.



Решение:



В таблице, представленной ниже, мы видим, что cos 135◦=-, поэтому в решение вместо cos 135◦ вставили-

